

Exercice N° 1 (9 points)

On donne la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{2}{x}$

1/ Tracer la courbe C_f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

2/ Soit C_g la parabole de sommet $S(1,2)$ et qui passe par $A(2,1)$

a - Montrer que $g(x) = -x^2 + 2x + 1$

b - Tracer C_g dans le même repère

c - Calculer les coordonnées des points d'intersections de C_g avec la droite des abscisses (xx')

3/ Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersections de C_f et C_g puis résoudre graphiquement $f(x) \leq g(x)$

4/ On donne $h(x) = -x^2 + 2|x| + 1$

Montrer que h est paire puis tracer C_h à partir de C_g et donner le tableau de variations de h

5/ Soit E, F, G et H quatre points distincts de C_f d'abscisses respectives a, b, c et d

Montrer que (EF) et (GH) sont parallèles si et seulement si $ab = cd$

6/ Soit M le point de C_f d'abscisse 4. La parallèle à (SA) passant par M recoupe C_f en N . Calculer les coordonnées de N

Exercice N° 2 (7 points)

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

On donne $A(1, -1)$ $B(-2, 2)$ et $C_m = \{ M(x,y) ; x^2 + y^2 + 2mx - 2(1-m)y - 4 = 0 \}$

1/ Ecrire une équation cartésienne de Δ la médiatrice de $[AB]$

2/ Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$ C_m est un cercle de centre W_m et de rayon R_m

3/ Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$ C_m passe par les points A et B et que $W_m \in \Delta$

4/ Soit C_0 le cercle obtenu pour $m = 0$

Ecrire une équation cartésienne de (T_0) la tangente à C_0 en A

5/ Soit h l'homothétie de centre B et de rapport (-2)

Ecrire une équation cartésienne de (C'_0) image de C_0 par h

6/ a - Vérifier que le point $C(0, 5)$ est à l'extérieur de C_0

b - Déterminer les équations réduites des tangentes (T_1) et (T_2) à C_0 issues du point C

Exercice N° 3 (4 points)

Dans un plan P on considère un triangle isocèle BCD de sommet principal B . On pose $BC = a$

Soit Δ la perpendiculaire à P en B et $A \in \Delta$ tel que $BA = a$

1/ Faites un dessin

2/ On pose $I = D * C$. Montrer que le plan (ABI) est le plan médiateur de $[DC]$

3/ On pose B' le projeté orthogonal de B sur le plan (ADC) .

Montrer que B' est le centre du cercle (ADC)

4/ Montrer que les plans $(BB'A)$ et (ADC) sont perpendiculaires